Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

105.057 Finanzmathematik
(Vorlesung, 2007S, 4.0h)
9. Oktober 2008
Schachermayer

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt)

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im Sekretariat, FH 7.Stock,
Sandra Trenovatz, Tel. 01 / 58801 - 10511,
e-mail: `secr@fam.tuwien.ac.at`

1. Gegeben sei das folgende Marktmodell mit Bond B und Stock S. (5 Pkt.)

$$
\begin{tikzcd}
B_0 = 1 \arrow[r] & B_1 = 3/2 \arrow[r] & B_2 = 2 \\
 & & S_2 = 18 \\
 & S_1 = 9/2 \arrow[ur] \arrow[dr] & \\
S_0 = 1 \arrow[ur] \arrow[dr] & & S_2 = 9/2 \\
 & S_1 = 9/8 \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & S_2 = 9/8 \\
 & & S_2 = 1/2
\end{tikzcd}
$$

(a) Bestimmen Sie die Menge der äquivalenten Martingalmaße und die Menge der absolut-stetigen Martingalmaße.

(b) Ist der Markt arbitragefrei? Ist er vollständig?

(c) Verwenden Sie Teil (a), um die arbitrage-freien Preise zum Zeitpunkt 0 einer Europäischen Put-Option mit Fälligkeit 2 und Strike 7/4 zu berechnen.

2. Determine the price of a digital option with strike K and payoff (5 Pkt.)

$$\mathbf{1}_{\{S_T \leq K\}}$$

at maturity T in the Black-Scholes model. How many units of stock respectively bond are in a replicating portfolio at time $0 \leq t \leq T$?

3. Gegeben sei das folgende Marktmodell mit Bond B und Stock S. (5 Pkt.)

$$
\begin{tikzcd}
B_0 = 1 \arrow[r] & B_1 = 1 \arrow[r] & B_2 = 1 \\
 & & S_2 = 4 \\
 & S_1 = 2 \arrow[ur] \arrow[dr] & \\
S_0 = 1 \arrow[ur] \arrow[dr] & & S_2 = 1 \\
 & S_1 = 0.5 \arrow[ur] \arrow[dr] & \\
 & & S_2 = 0.25
\end{tikzcd}
$$

Die Auszahlung einer up-and-out Barriere-Call-Option mit strike K and Barriere H ist durch $(S_2 - K)_+$ gegeben, falls S während der Laufzeit kleiner als H bleibt. Ansonsten verfällt die Option wertlos.

(a) Berechnen Sie den arbitragefreien Preis für $K = 0.73$ und $H = 1.5$.

(b) Erklären Sie detailliert, wie man einen Arbitragegewinn realisieren kann, falls die Option zum Zeitpunkt 0 für 0.07 gehandelt wird.