Name:

Mat.Nr.:

Studienkennz.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

**Risiko- und Ruintheorie**
**(Vorlesungsprüfung)**
**28. Jänner 2010**
**F. Hubalek (WS 2009/10)**

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt)

Mündlichen Prüfung nach persönlicher Vereinbarung

| Bsp. | Max. | Punkte |
|---|---|---|
| 1 | 5 | |
| 2 | 5 | |
| 3 | 5 | |
| $\sum$ | 15 | |

1. Gegeben sei ein klassischer Cramer-Lundberg-Ruinprozess mit Prämienrate 1, Schadensintensität 3, und mit Schäden $(X_k)_{k\geq 1}$, deren Verteilung eine diskrete Mischung von Exponentialverteilungen ist und die Dichte

$$p(y) = \frac{3}{2}e^{-3y} + \frac{7}{2}e^{-7y} \quad (y > 0)$$

haben.

   (a) Für welche $r \in \mathbb{R}$ ist $E[e^{rX}] < \infty$.

   (b) Berechnen sie den relativen Sicherheitszuschlag.

   (c) Berechnen Sie den Anpassungskoeffizienten (exakt!).

   (d) Berechen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit für Anfangskapital Null.

   (e) Zeigen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation

$$\psi(x) = \frac{24}{35}e^{-x} + \frac{1}{35}e^{-6x} \quad (x \geq 0).$$

2. Betrachten Sie einen Gesamtschaden der durch eine Zufallssumme mit

$$X = \sum_{k=1}^{N} U_k,$$

mit $N \sim \mathrm{Bin}(n, p)$ mit $n = 2$ und $p = 1/2$ und sei $U$ stetig gleichverteilt auf $(0, 1)$.

   (a) Berechnen Sie die Prämie nach dem Erwartungswertprinzip mit Parameter 0.1.

   (b) Berechnen Sie die Prämie nach dem Maximalschadenprinzip.

   (c) Für welche Risikoaversionsparameter $\alpha > 0$ ist der Schaden nach dem Exponentialprinzip versicherbar?

   (d) Berechnen Sie die Prämie nach dem Exponentialprinzip mit $\alpha = 0.3$.

   (e) Sei

$$\Pi_p(X) = \int_0^\infty (1 - F_X(y))^{\frac{1}{p}}\, dy$$

   die Prämie nach dem risikoadjustierten Prämienkalkulationsprinzip mit Paramter $p > 1$. Ermittlen Sie $\lim_{p\to 1} \Pi_p[X]$ und $\lim_{p\to\infty} \Pi_p(X)$.

3. Gegeben sei ein Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ mit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $\mathcal{F} = \mathfrak{P}(\Omega)$ die Potenzmenge, und $P$ erfüllt $P[\{\omega_1\}] = 0.04$, $P[\{\omega_2\}] = 0.16$, $P[\{\omega_3\}] = 0.8$. Weiters sei $\mathcal{G}$ die Menge aller Risiken auf $\Omega$, d.h. die Menge aller Funktion $X : \Omega \to \mathbb{R}^3$.

   Wir können also, wie in der Vorlesung, $\mathcal{G}$ mit $\mathbb{R}^3$ identifizieren, indem wir ein Risiko $X$ mit $X(\omega_1) = x_1$, $X(\omega_2) = x_2$, $X(\omega_3) = x_3$ als Punkt $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ auffassen. In den folgenden Aufgaben wollen wir das Risiko $X = (-100, 20, 300)$ betrachten. Berechnen Sie

   (a) $\mathrm{VaR}_\alpha(X)$,

   (b) $\mathrm{ES}_\alpha(X)$ und

   (c) $\mathrm{TCE}_\alpha(X)$

   jeweils für alle $\alpha \in (0, 1)$.