Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Risiko- und Ruintheorie
(Vorlesungsprüfung)
7.Oktober 2013
J. Eisenberg / F. Hubalek

(Dauer 90 Minuten,)

Sie erhalten eine E-Mail mit dem schriftlichen Ergebnis, danach Anmeldung zur mündlichen Prüfung `fhubalek@fam.tuwien.ac.at`

Bsp.	Max.	Punkte
1	5	
2	5	
3	5	
$\sum$	15	

1. Ein Gesamtschaden wird als Zufallssumme dargestellt, wobei die Einzelschäden Poisson verteilt mit Erwartungswert 2 sind. (5 Pkt.)

   (a) Angenommen die Zahl der Schäden N hat Erwartungswert 9 und Varianz 10. Welche Schadenanzahlverteilungen aus der Panjer-Klasse (Binomial, Negativ-Binomial, Poisson) können Sie in dieser Situation anwenden, welche nicht? (Begründung)

   (b) Bestimmen Sie die Prämie für den Gesamtschaden nach dem Erwartungswertprinzip mit 4% Sicherheitszuschlag.

   (c) (Fortsetzung von Bestimmen Sie die Prämie nach dem Standardabweichungsprinzip mit 4% Sicherheitszuschlag.

   (d) Berechnen Sie für jede Verteilung der Panjer-Klasse, die in der Situation von Beispiel (a) anwendbar ist, die Wahrscheinlichkeit, dass genau drei Schäden eintreten!

   (e) Eine anderer Gesamtschaden wird als Zufallssumme dargestellt, wobei nun die sowohl die Einzelschäden als auch die Schadenanzahl Poisson-verteilt mit Parameter $\lambda = 5$ ist. Berechnen Sie nun die Prämie für den Gesamtschaden nach dem Exponentialprinzip mit Risikoaversionsparameter 0.2.

2. Gegeben sei ein klassicher Cramer-Lundberg-Ruinprozess mit Anfangskapital x, Prämienrate c, Schadensintensität λ und Schäden die gemäß einer Invers-Gauß-Verteilung mit Parametern $\delta > 0$, $\gamma > 0$ verteilt sind, kurz $IG(\delta, \gamma)$. Die $IG(\delta, \gamma)$-Verteilung hat eine Dichte, (5 Pkt.)

$$f(x) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi}} e^{\delta\gamma} x^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{1}{2}(\delta^2 x^{-1} + \gamma^2 x)} \qquad (x > 0)$$

und ihre momenterzeugende Funktion ist

$$M(t) = \exp\left(\delta(\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 2t})\right),$$

sie existiert für $t \leq \gamma^2/2$.

(a) Bestimmen Sie den Erwartungswert der $IG(\delta, \gamma)$-Verteilung.

(b) Angenommen $c = 4$, $\lambda = 3$, $\delta = 1$, $\gamma = 1.5$. Berechnen Sie den relativen Sicherheitszuschlag.

(c) Zeigen bzw. begründen Sie sorgfältig, wieso der Anpassungskoeffizient (Cramer-Lundberg-Koeffizient) für die obigen Parameter im Intervall $(0.7, 1)$ liegen muss.[1]

(d) Skizzieren Sie die näherungsweise (graphische) Lösung der Cramer-Lundberg-Gleichung und finden Sie bessere Schranken für r als die in (c) angegebenen.

(e) Gibt es ein $x_0 > 0$, sodass die Ruinwahrscheinlichkeit $\psi(x) \leq 0.001$ für alle $x \geq x_0$ erfüllt? Wenn ja, bestimmen sie so ein x_0, wenn nein, begründen Sie sorgfältig, warum es keines gibt.

[1] Teilaufgaben (c) und (d) lassen sich gut gemeinsam behandeln.

3. Gegeben sind zwei unabhängige Risiken X und Y mit (5 Pkt.)

$$P[X=-1]=0.1, \quad P[X=2]=0.9,$$

und

$$P[Y \leq x]=(1-e^{-2x-2})I_{(x \geq -1)}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Weiters sei $Z = X + Y$.

(a) Berechnen Sie $\mathrm{VaR}_{\alpha}(X)$ für alle $\alpha \in (0,1)$.

(b) Berechnen Sie $\mathrm{ES}_{0.25}(X)$.

(c) Berechnen Sie $\mathrm{VaR}_{\alpha}(Y)$ für alle $\alpha \in (0,1)$.

(d) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von Z und fertigen Sie ein Skizze davon für $-3 \leq x \leq 5$ an.

(e) Berechnen Sie $\mathrm{VaR}_{0.25}(Z)$.