Name:

Mat.Nr.:

Studienkennz.: ☐ Exchange student (Erasmus, ...)

Bitte keinen Rotstift verwenden!

105.042 Risikotheorie
Vorlesung, 2006W, 4.0h
5. März 2007
Hubalek

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt)

Anmeldung zur mündlichen Prüfung auf der Liste oder per E-Mail an den Vortragenden!

Bsp.	Max.	Punkte
1	5	
2	5	
3	5	
$\sum$	15	

1. Gegeben sei ein klassischer Cramer-Lundberg-Ruinprozeß mit Anfangskapital x, Prämienrate c, Schadensintensität λ und Schäden, die stetig gleichverteilt auf $[0, 1]$ sind.

   (a) Angenommen $c = 3$ und $\lambda = 4$. Berechnen Sie den relativen Sicherheitszuschlag.

   (b) Angenommen $x = 0$. Wie groß ist dann die Ruinwahrscheinlichkeit?

   (c) Finden Sie eine obere und eine untere Schranke für den Cramer-Lundberg-Koeffizienten.

   (d) Schätzen Sie $\psi(5)$ nach oben ab.

2. (a) Gegeben sind zwei unabhängige Schäden X_1 und X_2 die Poisson-verteilt mit Parametern $\lambda_1 = 10$ bzw. $\lambda_2 = 20$ sind. Berechnen Sie die Prämie für $S = X_1 + X_2$ nach dem Exponentialprinzip mit Risikoaversion $a = 0.4$.

(b) Gegeben sei eine Folge von iid Zufallsvariablen $(X_k)_{k\geq 1}$, wobei $P[X_1 = 1] = P[X_1 = -1] = 1/2$. Zeigen Sie, daß es eine Zahl $\nu \in \mathbb{R}$ gibt, sodaß

$$S_n = \exp(\sum_{i=1}^{n} X_i - \nu n)$$

ein Martingal definiert. Finden Sie dieses ν !

(c) Gegeben sei eine iid Folge $(X_i)_{i\geq 1}$ von normalverteilten Zufallsvariablen mit Mittelwert 0 und Varianz 1, und eine davon unabhängige negativ binomialverteilte Zufallsvariable N mit Paramentern $p = 1/2$ und $\alpha = 2$. Berechnen Sie die momenterzeugende Funktion der Zufallssumme

$$S = \sum_{i=1}^{N} X_i.$$

Berechnen Sie $E[S]$ und $\mathrm{Var}[S]$.

3. In diesem Beispiel ist die Verzinsung durchwegs zu vernachlässigen, d.h. Sie sollen $r = 1$ verwenden.

   (a) Gegeben sei ein Risiko X, das stetig gleichverteilt auf dem Intervall (a, b) ist, wobei gelten soll $-\infty < a < b < +\infty$. Berechnen Sie $VaR_\alpha(X)$ für $\alpha \in (0, 1)$.

   (b) Berechen Sie $ES_\alpha(X)$.

   (c) Gegeben sind zwei Risiken X_1 und X_2, die unabhängig und beide stetig gleichverteilt auf $(-2, 110)$ sind. Berechnen Sie $ES_{0.05}[X_1]$ und $ES_{0.05}[-X_2]$.

   (d) Ist das Portfolio $Z = 140X_1 - X_2$ ein akzeptables Risiko, wenn Ihre Akzeptanzmenge duch expected shortfall mit $\alpha = 0.05$ bestimmt wird? (Rechnung oder Begründung!)

.